

Généralités sur les fonctions

Exercice 1.

$$f(-x) = \frac{2(-x)^5 - (-x)^3}{2(-x)^4 - 3(-x)^2 + 1}$$

$$= \frac{-2x^5 + x^3}{2x^4 - 3x^2 + 1} = \frac{-(2x^5 - x^3)}{2x^4 - 3x^2 + 1}$$

$$= -\frac{2x^5 - x^3}{2x^4 - 3x^2 + 1} = -f(x)$$

⇒ f est impaire

$$f(-x) = \frac{(-x)^3 - 3(-x)}{(-x)^5 + 4(-x)}$$

$$= \frac{-x^3 + 3x}{-x^5 - 4x} = \frac{-(x^3 - 3x)}{-(x^5 + 4x)}$$

$$= \frac{x^3 - 3x}{x^5 + 4x} = f(x)$$

⇒ f est paire

Exercice 2.

$$f(-2) = f(2) = 4 \Rightarrow \text{non injective}$$

Soit $y \in \mathbb{R}_+$ avec $y = x^2$ ($y \geq 0$)

$$\Rightarrow x = \pm\sqrt{y} \text{ et } f(x) = y \ (\forall y \in \mathbb{R}_+)$$

⇒ f est surjective

$$x_1^2 = x_2^2 \Rightarrow x_1 = \sqrt{x_2^2} = x_2$$

$-\sqrt{x_2^2}$ à élim. car $x \in \mathbb{R}_+$

⇒ f est injective

$x^2 = -1$ n' a pas de sol. ⇒ non surjective

Exercice 3.

a) $\frac{5x-4}{x-16} > 0$

x	$-\infty$	$\frac{4}{5}$	16	$+\infty$
$\frac{5x-4}{x-16}$	+	0	-	+

⇒ $ED(f) =]-\infty; \frac{4}{5}[\cup]16; +\infty[$

$$\frac{3x-1}{x+11} > 0$$

x	$-\infty$	-11	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
$\frac{3x-1}{x+11}$	+	-	0	+

⇒ $ED(f) =]-\infty; -11[\cup]\frac{1}{3}; +\infty[$

b) zéro : $\frac{5x-4}{x-16} = 1 \Rightarrow 5x-4 = x-16$

$$\Rightarrow 4x = -12 \Rightarrow x = -3$$

x	$-\infty$	-3	$\frac{4}{5}$	16	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-		+

zéro : $\frac{3x-1}{x+11} = 1 \Rightarrow 3x-1 = x+11$

$$\Rightarrow 2x = 12 \Rightarrow x = 6$$

x	$-\infty$	-11	$\frac{1}{3}$	6	$+\infty$
$f(x)$	+		-	0	+

Exercice 4.

$$a) \frac{4-x}{(x-8)(x+6)} \geq 0$$

x	$-\infty$	-6	4	8	$+\infty$
$\frac{4-x}{(x-8)(x+6)}$	+	-	0	+	-

$$\Rightarrow ED(f) =]-\infty; -6[\cup]4; 8[$$

x	$-\infty$	-6	4	8	$+\infty$
$f(x)$	+		0	+	

$$\frac{3-x}{(x-9)(x+7)} \geq 0$$

x	$-\infty$	-7	3	9	$+\infty$
$\frac{3-x}{(x-9)(x+7)}$	+	-	0	+	-

$$\Rightarrow ED(f) =]-\infty; -7[\cup]3; 9[$$

x	$-\infty$	-7	3	9	$+\infty$
$f(x)$	+		0	+	

$$b) x \geq 3 \text{ et } x = 9 \text{ (valeur interdite)}$$

$$\Rightarrow ED(g) = [3; 9[\cup]9; +\infty[$$

$$\text{zéro de } g : \sqrt{x-3} = 4$$

$$\Rightarrow x-3 = 16 \Rightarrow x = 19$$

x	$-\infty$	3	9	19	$+\infty$
$g(x)$		+	-	0	+

$$x \geq 4 \text{ et } x = 7 \text{ (valeur interdite)}$$

$$\Rightarrow ED(g) = [4; 7[\cup]7; +\infty[$$

$$\text{zéro de } g : \sqrt{x-4} = 2$$

$$\Rightarrow x-4 = 4 \Rightarrow x = 8$$

x	$-\infty$	4	7	8	$+\infty$
$g(x)$		+	-	0	+

BONUS

$$y = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow cxy + dy = ax + b$$

$$\Rightarrow cxy - ax = -dy + b$$

$$\Rightarrow x(cy - a) = -dy + b$$

$$\Rightarrow x = \frac{-dy + b}{cy - a} \Rightarrow {}^r f(x) = \frac{-dx + b}{cx - a}$$

$$y = \frac{cx+d}{ax+b} \Rightarrow axy + by = cx + d$$

$$\Rightarrow axy - cx = -by + d$$

$$\Rightarrow x(ay - c) = -by + d$$

$$\Rightarrow x = \frac{-by + d}{ay - c} \Rightarrow {}^r f(x) = \frac{-bx + d}{ax - c}$$