

Fonctions exponentielles et logarithmes

Exercice 1.

$$-1 \begin{vmatrix} 1 & -1 & -3 \\ & -1 & 2 \\ 1 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$1 \begin{vmatrix} 1 & 1 & -5 \\ & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -3 \end{vmatrix}$$

$$a) \int_0^2 \left(x - 2 - \frac{1}{x+1} \right) dx =$$

$$\frac{1}{2}x^2 - 2x - \ln|x+1| \Big|_0^2 = -2 - \ln(3) - 0$$

$$= \boxed{-2 - \ln(3)}$$

$$b) \frac{1}{3} \int_1^2 3x^2 \cdot e^{x^3-1} dx = \frac{1}{3} e^{x^3-1} \Big|_1^2$$

$$= \frac{1}{3} (e^7 - e^0) = \boxed{\frac{e^7 - 1}{3}}$$

$$\int_2^6 \left(x + 2 - \frac{3}{x-1} \right) dx =$$

$$\frac{1}{2}x^2 + 2x - 3 \ln|x-1| \Big|_2^6 = 30 - 3 \ln(5) - 6$$

$$= \boxed{24 - \ln(125)}$$

$$\frac{1}{3} \int_1^2 6x \cdot e^{3x^2-2} dx = \frac{1}{3} e^{3x^2-2} \Big|_1^2$$

$$= \frac{1}{3} (e^{10} - e^1) = \boxed{\frac{e^{10} - e}{3}}$$

Exercice 2.

$$a) 6 - 5x > 0 \Rightarrow x < \frac{6}{5}$$

$$\Rightarrow \boxed{\text{ED}(f) = \left] -\infty; \frac{6}{5} \right[}$$

$$b) \text{zéro de } f : x = 1$$

x	$-\infty$	1	$\frac{6}{5}$	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-	

$$3 - 2x > 0 \Rightarrow x < \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\text{ED}(f) = \left] -\infty; \frac{3}{2} \right[}$$

$$\text{zéro de } f : x = 1$$

x	$-\infty$	1	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-	

$$c) f'(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{-5}{6-5x} \quad f'(1) = -\frac{5}{2}$$

$$f(1) = 0 \Rightarrow T(1;0)$$

$$(t) : y - 0 = -\frac{5}{2}(x - 1)$$

$$\Rightarrow (t) : y = -\frac{5}{2}x + \frac{5}{2}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{-2}{3-2x} \quad f'(1) = -1$$

$$f(1) = 0 \Rightarrow T(1;0)$$

$$(t) : y - 0 = -(x - 1)$$

$$\Rightarrow (t) : y = -x + 1$$

Exercice 3.

$$a) f(0) = -300 \cdot e^{-1} + 10 \cong -100'364 \text{ euros}$$

$$b) f(6) = 900 \cdot e^{-7} + 10 \cong 10'821 \text{ euros}$$

$$c) f'(x) = 200 \cdot e^{-x-1} + (200x - 300)(-1) \cdot e^{-x-1}$$

$$= (-200x + 500) \cdot e^{-x-1}$$

$$\text{zéros de } f' : x = \frac{5}{2} = 2,5$$

x	0	$\frac{5}{2}$	6
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

Le chiffre d'affaire maximum sera atteint :

pour 250 objets fabriqués

$$f(0) = -500 \cdot e^{-2} + 15 \cong -52'668 \text{ euros}$$

$$f(8) = 1'100 \cdot e^{-10} + 15 \cong 15'049 \text{ euros}$$

$$f'(x) = 200 \cdot e^{-x-2} + (200x - 500)(-1) \cdot e^{-x-2}$$

$$= (-200x + 700) \cdot e^{-x-2}$$

$$\text{zéros de } f' : x = \frac{7}{2} = 3,5$$

x	0	$\frac{7}{2}$	8
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

Le chiffre d'affaire maximum sera atteint :

pour 350 objets fabriqués

Exercice 4.

$$\pi \int_1^4 \frac{64}{2x+1} dx = 32\pi \int_1^4 \frac{2}{2x+1}$$

$$= 32\pi (\ln |2x+1|) \Big|_1^4 = 32\pi (\ln(9) - \ln(3))$$

$$= \boxed{32\pi \ln(3) u^3}$$

$$\pi \int_2^7 \frac{36}{3x-1} dx = 12\pi \int_2^7 \frac{3}{3x-1}$$

$$= 12\pi (\ln |3x-1|) \Big|_2^7 = 12\pi (\ln(20) - \ln(5))$$

$$= \boxed{12\pi \ln(4) u^3}$$