

Combinatoire

Exercice 1

arrangement des livres de mathématiques : $P_4 = 4! = 24$

arrangement des livres de physique : $P_3 = 3! = 6$

arrangement des livres de chimie : $P_2 = 2! = 2$

arrangement du livre de biologie : $P_1 = 1! = 1$

arrangement des 4 matières : $P_4 = 4! = 24$

$\Rightarrow P_4 \cdot P_3 \cdot P_2 \cdot P_1 \cdot P_4 = 24 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 24 = 6'912$ dispositions différentes

Exercice 2

a) $A_7^7 = \frac{7!}{0!} = 7! = 5'040$ façons différentes

b) en cercle, il faut laisser fixe 1 enfant et disposer (arrangement) les autres

$$A_6^6 = \frac{6!}{0!} = 6! = 720 \text{ façons différentes}$$

Exercice 3

$$P_9(3; 2) = \frac{9!}{3! \cdot 2} = 30'240 \text{ anagrammes}$$

Exercice 4

au premier joueur : $C_9^{36} = \frac{36!}{27! \cdot 9!} = 94'143'280$

au deuxième joueur : $C_9^{27} = \frac{27!}{18! \cdot 9!} = 4'686'825$

au premier joueur : $C_9^{18} = \frac{18!}{9! \cdot 9!} = 48620$

au premier joueur : $C_9^9 = \frac{9!}{0! \cdot 9!} = 1$

$\Rightarrow C_9^{36} \cdot C_9^{27} \cdot C_9^{18} \cdot C_9^9 \cong 2,145 \cdot 10^{19}$ manières

Exercice 5

On place les 14 antennes non défectueuses, puis on place les antennes défectueuses entre deux antennes non défectueuses

comme il y a 15 intervalles entre les 14 antennes non défectueuses, on a :

$$C_6^{15} = \frac{15!}{9! \cdot 6!} = 5'005 \text{ configurations}$$

Exercice 6

a) $C_2^{12} = \frac{12!}{10! \cdot 2!} = 66 \text{ choix}$

b) un seul choix impossible $\Rightarrow 66 - 1 = 65 \text{ choix}$
ou bien : $C_1^2 \cdot C_1^{10} + C_2^{10} = 20 + 45 = 65$

Exercice 7

choix sans ordre avec répétition : $\Rightarrow \overline{C}_7^4 = C_7^{10} = \frac{10!}{3! \cdot 7!} = 120 \text{ semaines}$

Exercice 8

a) $A_5^{10} = \frac{10!}{5!} = 30'240 \text{ manières différentes}$

b) on forme un seul siège avec les 5 personnes $\Rightarrow 6$ sièges

nombre de possibilités de disposer les 6 sièges (dont 1 est occupé) : $P_6(5) = \frac{6!}{5!} = 6$

permutation de 5 personnes alignées : $P_5 = 5! = 120$

$\Rightarrow P_5(6) \cdot P_5 = 120 \cdot 6 = 720 \text{ manières différentes}$

Exercice 9

a) $C_4^{20} = \frac{20!}{16! \cdot 4!} = 4'845 \text{ résultats différents}$

b) complément : aucune vraie paire

première chaussure : 20 possibilités

deuxième chaussure : 18 possibilités

troisième chaussure : 16 possibilités

quatrième chaussure : 14 possibilités

permutation de 4 objets : $P_4 = 4! = 24$

$\Rightarrow \frac{20 \cdot 18 \cdot 16 \cdot 14}{4!} = 3360$

$\Rightarrow 4'845 - 3'360 = 1'485 \text{ résultats différents}$

Exercice 10

a) $C_5^{36} = \frac{36!}{31! \cdot 5!} = 376'992$ mains différentes

b) 1) on forme une seule carte avec les 5 cartes \Rightarrow 5 cartes (4+1 groupe)

nombre de possibilités pour les valeurs des 5 cartes : $P_5(4) = \frac{5!}{4!} = 5$

on a 4 cartes dans le jeu qui ont la même valeur $\Rightarrow \overline{A}_5^4 = 4^5 = 1'024$

$\Rightarrow 1'024 \cdot 5 = 5'120$ mains différentes

2) $C_4^4 \cdot C_1^{32} = \frac{4!}{0! \cdot 4!} \cdot \frac{32!}{31! \cdot 1!} = 32$ mains différentes

3) $C_1^1 \cdot C_4^{35} = \frac{1!}{0! \cdot 1!} \cdot \frac{35!}{31! \cdot 4!} = 52'360$ mains différentes

4) $C_1^9 \cdot C_1^{32} = \frac{9!}{8! \cdot 1!} \cdot \frac{32!}{31! \cdot 1!} = 288$ mains différentes

5) complément : aucune dame $\Rightarrow C_5^{32} = \frac{32!}{27! \cdot 5!} = 201'376$

$\Rightarrow 376'992 - 201'376 = 175'616$ mains différentes

c) $A_5^{36} = \frac{36!}{31!} = 45'239'040$ mains différentes