

Fonctions logarithmiques et exponentielles

Exercice 1

Calculer les limites suivantes.

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^x - e^2}{x - 2}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot e^x}{1 - e^x}$

c) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\ln(2 + x)}{x + 1}$

d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-x^2}}{x^2}$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2 + 2x + 3}$

f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos(x))}{x^2}$

Exercice 2

Etudier les fonctions suivantes.

a) $f(x) = \ln(3x^2 - 2x)$

b) $f(x) = (x - 2)^2 \cdot e^x$

Exercice 3

Déterminer l'ensemble de définition et la dérivée des fonctions suivantes.

a) $f(x) = \ln(5x)$

b) $f(x) = \ln\left(\frac{x^2}{1-x}\right)$

c) $f(x) = x \cdot \ln(x) - x$

d) $f(x) = e^{5x}$

e) $f(x) = x^2 \cdot e^x$

f) $f(x) = e^{\sin(x)}$

Exercice 4

Calculer.

a) $\int_1^4 \frac{1}{2x+3} dx$

b) $\int_1^2 \frac{3x^2 - 4x + 1}{2x^3 - 4x^2 + 2x + 8} dx$

c) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \tan(x) dx$

d) $\int_1^3 x^2 \cdot e^{x^3} dx$

e) $\int_{-2}^3 e^{2x+1} dx$

f) $\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x} \cdot e^{\sqrt{x}}} dx$

Exercice 5

Calculer (sans la calculatrice).

$$\ln(e^4) + 2 \cdot \ln(\sqrt{e^5}) - \ln\left(e^{\frac{1}{4}}\right)$$

Exercice 6

On désigne par D le domaine borné limité par l'axe Ox , les droites $x = 0$ et $x = 3$, ainsi que par la courbe d'équation $y = \frac{4}{x+1}$.

- Esquisser le domaine D et calculer la valeur exacte de son aire.
 - Calculer la valeur exacte du volume du solide engendré par la rotation du domaine D autour de l'axe Ox .
-

Exercice 7

Soit la fonction f donnée par $f(x) = (-2x^2 + 3x) \cdot e^{-x}$.

- Calculer les abscisses des points d'intersection de la courbe c d'équation $y = f(x)$ avec l'axe Ox .
 - Étudier la croissance de la fonction f et calculer les coordonnées de ses extremum (arrondir au centième).
-

Exercice 8

Le service de santé publique constate qu'un virus se propage de façon inquiétante parmi la population. La fonction ci-dessous exprime le nombre de personnes atteintes en fonction du temps t (t représente le nombre de jours écoulés depuis la découverte de l'épidémie) :

$$P(t) = 80 + 40t^2 \cdot e^{-0,4t}$$

- Quel est le nombre de personnes atteintes lors de la découverte de l'épidémie?
- Combien de personnes seront atteintes au bout de 2 jours?
- Combien de personnes seront atteintes au bout de 8 jours?
- Quel sera le nombre maximal de personnes atteintes?
- Faire un graphique représentatif de cette situation pour les 8 premiers jours de l'épidémie.

Unités : 2 carrés pour 1 jour et 1 carré pour 20 personnes.

Exercice 9

On considère la fonction f définie par

$$f(x) = 2x - x \cdot \ln(x^2)$$

- Déterminer l'ensemble de définition $ED(f)$ de la fonction f .
 - Étudier la croissance de la fonction f et calculer les coordonnées de ses extremums éventuels.
-

Exercice 10

On considère la surface plane D bornée par la courbe $y = f(x) = e^{-3x}$, l'axe Ox et les verticales $x = 0$ et $x = \ln(3)$. Calculer le volume du solide obtenu par la révolution de D autour de l'axe Ox .