

Équations du deuxième degré

Exercice 1.

a) $\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-648) = 2601 = 51^2$

$$x = \frac{3 \pm 51}{2} = \begin{cases} 27 \\ -24 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \mathcal{S} = \{-24; 27\}$$

b) $7x^2 - 3x - 4 = 0$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 7 \cdot (-4) = 121 = 11^2$$

$$x = \frac{3 \pm 11}{14} = \begin{cases} 1 \\ -\frac{4}{7} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \mathcal{S} = \left\{-\frac{4}{7}; 1\right\}$$

c) $2x^2 + 18x + 40 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 9x + 20 = 0$

$$\Delta = 9^2 - 4 \cdot 1 \cdot 20 = 1 = 1^2$$

$$x = \frac{-9 \pm 1}{2} = \begin{cases} -4 \\ -5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \mathcal{S} = \{-5; -4\}$$

d) $x^2 + 10 = 7x \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0$

$$\Delta = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10 = 9 = 3^2$$

$$x = \frac{7 \pm 3}{2} = \begin{cases} 5 \\ 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \mathcal{S} = \{2; 5\}$$

$$5x^2 - 8x - 4 = 0$$

$$\Delta = (-8)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-4) = 144 = 12^2$$

$$x = \frac{8 \pm 12}{10} = \begin{cases} 2 \\ -\frac{2}{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \mathcal{S} = \left\{-\frac{2}{5}; 2\right\}$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-357) = 1444 = 38^2$$

$$x = \frac{4 \pm 38}{2} = \begin{cases} 21 \\ -17 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \mathcal{S} = \{-17; 21\}$$

$$2x^2 + 16x + 30 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 8x + 15 = 0$$

$$\Delta = 8^2 - 4 \cdot 1 \cdot 15 = 4 = 2^2$$

$$x = \frac{-8 \pm 2}{2} = \begin{cases} -3 \\ -5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \mathcal{S} = \{-5; -3\}$$

$$x^2 + 21 = 10x \Leftrightarrow x^2 - 10x + 21 = 0$$

$$\Delta = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 21 = 16 = 4^2$$

$$x = \frac{10 \pm 4}{2} = \begin{cases} 7 \\ 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \mathcal{S} = \{3; 7\}$$

Exercice 2. x = la largeur du cadre en cm

$$(120 - 2x)(160 - 2x) = \frac{120 \cdot 160}{2}$$

$$19200 - 240x - 320x + 4x^2 = 9600$$

$$4x^2 - 560x + 9600 = 0$$

$$\Delta = (-560)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9600 = 400^2$$

$$x = \frac{560 \pm 400}{8} = \begin{cases} 120 \text{ (sol. à élimin.)} \\ 20 \end{cases}$$

 $\Rightarrow$ la largeur du cadre vaut 20 cm
 x = la largeur du cadre en cm

$$(90 - 2x)(120 - 2x) = \frac{90 \cdot 120}{2}$$

$$10800 - 180x - 240x + 4x^2 = 5400$$

$$4x^2 - 420x + 5400 = 0$$

$$\Delta = (-420)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 5400 = 300^2$$

$$x = \frac{420 \pm 300}{8} = \begin{cases} 90 \text{ (sol. à élimin.)} \\ 15 \end{cases}$$

 $\Rightarrow$ la largeur du cadre vaut 15 cm
Exercice 3. x = la largeur du rectangle en m

$$(2x + 3)(x + 2) = 190$$

$$2x^2 + 4x + 3x + 6 = 190$$

$$2x^2 + 7x - 184 = 0$$

$$\Delta = 7^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-184) = 39^2$$

$$x = \frac{-7 \pm 39}{4} = \begin{cases} -\frac{23}{2} \text{ (sol. à élimin.)} \\ 8 \end{cases}$$

 $\Rightarrow$ rectangle de 8 m sur 16 m
 x = la largeur du rectangle en m

$$(3x + 4)(x + 3) = 250$$

$$3x^2 + 9x + 4x + 12 = 250$$

$$3x^2 + 13x - 238 = 0$$

$$\Delta = 13^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-238) = 55^2$$

$$x = \frac{-13 \pm 55}{6} = \begin{cases} -\frac{34}{3} \text{ (sol. à élimin.)} \\ 7 \end{cases}$$

 $\Rightarrow$ rectangle de 7 m sur 21 m

Exercice 4. x = le nombre d'objets y = le prix d'un seul objet

$$\begin{aligned} \textcircled{1} & \begin{cases} xy = 480 \\ \textcircled{2} \end{cases} \\ \textcircled{2} & \begin{cases} (x+5)(y-8) = 480 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} \quad \underbrace{xy}_{=480} - 8x + 5y - 40 = 480$$

$$\textcircled{2} \quad -8x + 5y - 40 = 0$$

$$\textcircled{1} \quad y = \frac{480}{x} \rightarrow \textcircled{2} \quad -8x + \frac{2400}{x} - 40 = 0$$

$$-8x^2 - 40x + 2400 = 0$$

$$x^2 + 5x - 300 = 0$$

$$\Delta = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-300) = 35^2$$

$$x = \frac{-5 \pm 35}{2} = \begin{cases} -20 \text{ (sol. à élimin.)} \\ 15 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{15 \text{ objets à } 32 \left(\frac{480}{15}\right) \text{ francs}}$$

 x = le nombre d'objets y = le prix d'un seul objet

$$\begin{aligned} \textcircled{1} & \begin{cases} xy = 504 \\ \textcircled{2} \end{cases} \\ \textcircled{2} & \begin{cases} (x+7)(y-12) = 504 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} \quad \underbrace{xy}_{=504} - 12x + 7y - 84 = 504$$

$$\textcircled{2} \quad -12x + 7y - 84 = 0$$

$$\textcircled{1} \quad y = \frac{504}{x} \rightarrow \textcircled{2} \quad -12x + \frac{3528}{x} - 84 = 0$$

$$-12x^2 - 84x + 3528 = 0$$

$$x^2 + 7x - 294 = 0$$

$$\Delta = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-294) = 35^2$$

$$x = \frac{-7 \pm 35}{2} = \begin{cases} -21 \text{ (sol. à élimin.)} \\ 14 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{14 \text{ objets à } 36 \left(\frac{504}{14}\right) \text{ francs}}$$