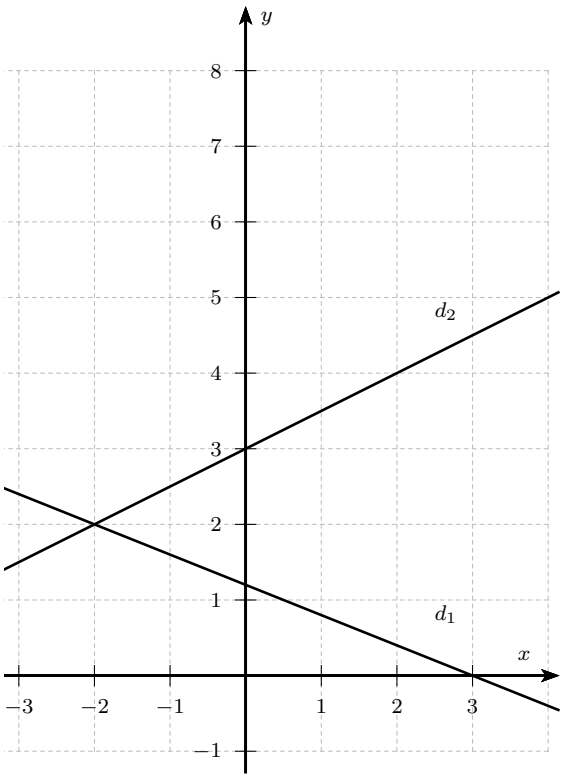
Sytèmes d'équations

Exercice 1.

a) $(d_1)\ y = -\dfrac{2}{5}x + \dfrac{6}{5}$ $\quad (3;0) \in d_1$

$(d_2)\ y = \dfrac{1}{2}x + 3$ $\quad (0;3) \in d_2$



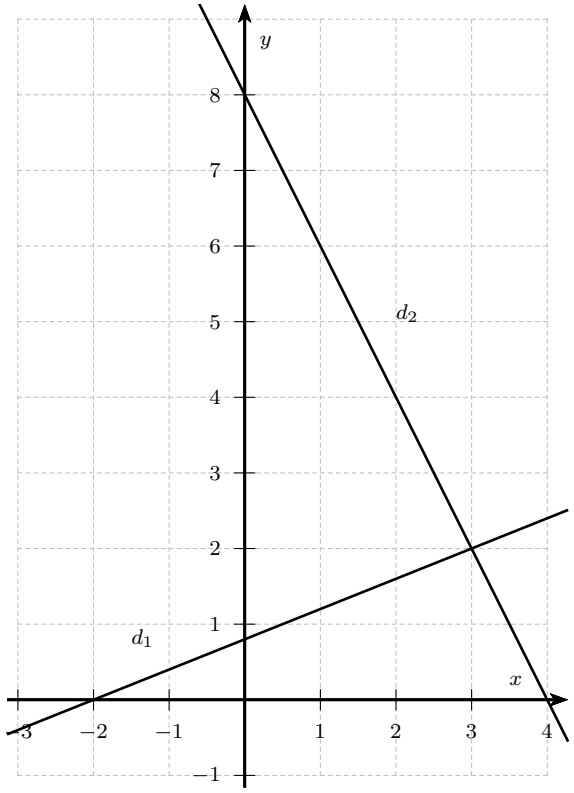
$\Rightarrow \boxed{\mathcal{S} = \{(-2;2)\}}$

b) $(d_1)\ y = \dfrac{3}{2}x - 3$ $\quad (0;-3) \in d_1$

$(d_2)\ y = -\dfrac{1}{4}x + 4$ $\quad (0;4) \in d_2$

$(d_1)\ y = \dfrac{2}{5}x + \dfrac{4}{5}$ $\quad (-2;0) \in d_1$

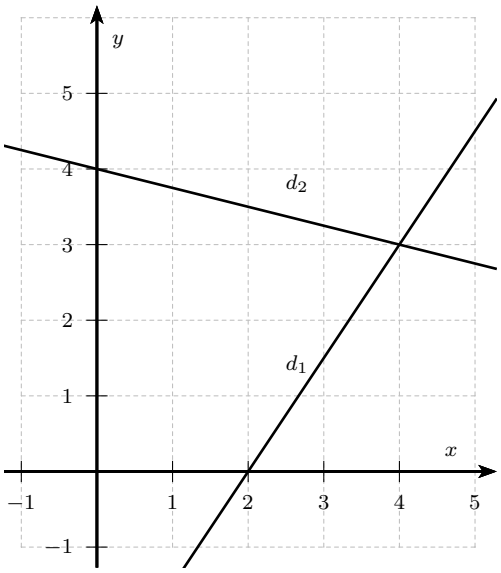
$(d_2)\ y = -2x + 8$ $\quad (0;8) \in d_2$



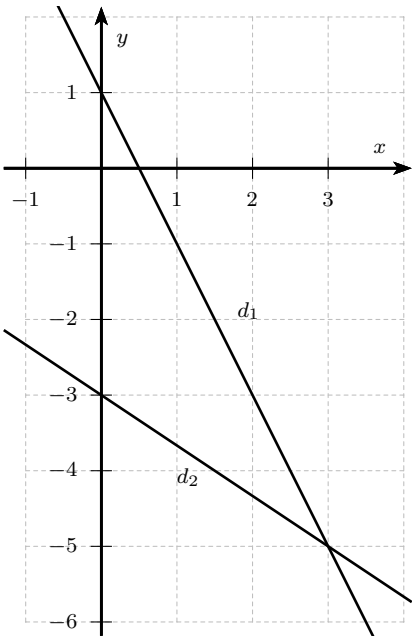
$\Rightarrow \boxed{\mathcal{S} = \{(3;2)\}}$

$(d_1)\ y = -2x + 1$ $\quad (0;1) \in d_1$

$(d_2)\ y = -\dfrac{2}{3}x - 3$ $\quad (0;-3) \in d_2$



$\Rightarrow \boxed{\mathcal{S} = \{(4;3)\}}$



$\Rightarrow \boxed{\mathcal{S} = \{(3;-5)\}}$

Exercice 2.

a)

$$\begin{array}{rr} 1\cdot\textcircled{1} & 4x+5y=13 \\ -5\cdot\textcircled{2} & -15x-5y=20 \\ \hline & -11x=33 \end{array}$$

$\Leftrightarrow \quad x=-3 \quad \rightarrow \quad \textcircled{2} \quad y=-4+9=5$

$\Rightarrow \boxed{\mathcal{S} = \{(-3;5)\}}$

$$\begin{array}{rr} 1\cdot\textcircled{1} & 5x+6y=14 \\ -6\cdot\textcircled{2} & -24x-6y=-90 \\ \hline & -19x=-76 \end{array}$$

$\Leftrightarrow \quad x=4 \quad \rightarrow \quad \textcircled{2} \quad y=-16+15=-1$

$\Rightarrow \boxed{\mathcal{S} = \{(4;-1)\}}$

b)

$$\begin{cases} 2x+5y=16 \\ -3x+7y=-24 \end{cases}$$

$$\begin{array}{rr} 3\cdot\textcircled{1} & 6x+15y=48 \\ 2\cdot\textcircled{2} & -6x+14y=-48 \\ \hline & 29y=0 \end{array}$$

$\Leftrightarrow \quad y=0 \quad \rightarrow \quad \textcircled{1} \quad x=8$

$\Rightarrow \boxed{\mathcal{S} = \{(8;0)\}}$

$$\begin{cases} 7x-8y=9 \\ 4x+3y=-10 \end{cases}$$

$$\begin{array}{rr} 3\cdot\textcircled{1} & 21x-24y=27 \\ 8\cdot\textcircled{2} & 32x+24y=-80 \\ \hline & 53x=-53 \end{array}$$

$\Leftrightarrow \quad x=-1 \quad \rightarrow \quad \textcircled{2} \quad y=-2$

$\Rightarrow \boxed{\mathcal{S} = \{(-1;-2)\}}$

c)

$$\begin{array}{rl} 1\cdot\textcircled{1} & 3x-5y+4z=5 \\ 4\cdot\textcircled{3} & 16x+12y-4z=28 \\ \hline \textcircled{4} & 19x+7y=33 \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} -1\cdot\textcircled{2} & -7x-2y+3z=-2 \\ 3\cdot\textcircled{3} & 12x+9y-3z=21 \\ \hline \textcircled{5} & 5x+7y=19 \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} 1\cdot\textcircled{4} & 19x+7y=33 \\ -1\cdot\textcircled{5} & -5x-7y=-19 \\ \hline & 14x=14 \end{array}$$

$\Leftrightarrow \quad x=1 \quad \rightarrow \quad \textcircled{5} \quad y=2$

$\rightarrow \quad \textcircled{3} \quad z=4+6-7=3$

$\Rightarrow \boxed{\mathcal{S}=\{(1;2;3)\}}$

$$\begin{array}{rl} -4\cdot\textcircled{1} & -12x-8y-4z=-92 \\ 1\cdot\textcircled{2} & 5x+2y+4z=46 \\ \hline \textcircled{4} & -7x-6y=-46 \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} -4\cdot\textcircled{1} & -12x-8y-4z=-92 \\ 1\cdot\textcircled{3} & 10x+5y+4z=75 \\ \hline \textcircled{4} & -2x-3y=-17 \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} -1\cdot\textcircled{4} & 7x+6y=46 \\ 2\cdot\textcircled{5} & -4x-6y=-34 \\ \hline & 3x=12 \end{array}$$

$\Leftrightarrow \quad x=4 \quad \rightarrow \quad \textcircled{4} \quad y=3$

$\rightarrow \quad \textcircled{1} \quad z=-12-6+23=5$

$\Rightarrow \boxed{\mathcal{S}=\{(4;3;5)\}}$

Exercice 3.

$x=$ nombre de poules, $y=$ nombre de lapins

$$\begin{cases} x+y=50 \\ 2x+4y=140 \end{cases}$$

$$\begin{array}{rl} -2\cdot\textcircled{1} & -2x-2y=-100 \\ 1\cdot\textcircled{2} & 2x+4y=140 \\ \hline & 2y=40 \end{array}$$

$\Leftrightarrow \quad y=20 \quad \rightarrow \quad \textcircled{1} \quad x=30$

$\Rightarrow \boxed{\text{il y a 30 poules et 20 lapins}}$

$x=$ nombre de poules, $y=$ nombre de lapins

$$\begin{cases} x+y=60 \\ 2x+4y=160 \end{cases}$$

$$\begin{array}{rl} -2\cdot\textcircled{1} & -2x-2y=-120 \\ 1\cdot\textcircled{2} & 2x+4y=160 \\ \hline & 2y=40 \end{array}$$

$\Leftrightarrow \quad y=20 \quad \rightarrow \quad \textcircled{1} \quad x=40$

$\Rightarrow \boxed{\text{il y a 40 poules et 20 lapins}}$

Exercice 4.

x = nombre de personnes
y = prix par personne en CHF
xy = prix total en CHF

$$\begin{cases} 21x + 10,5 = xy \\ 25x - 17,5 = xy \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad 21x + 10,5 = 25x - 17,5$$

$$\Leftrightarrow \quad -4x = -28 \quad \Leftrightarrow \quad x = 7$$

$$\Rightarrow \quad y = \frac{147 + 10,5}{7} = 22,5$$

$\Rightarrow$ il y a 7 personnes qui paient CHF 22.50

x = nombre de personnes
y = prix par personne en CHF
xy = prix total en CHF

$$\begin{cases} 20x + 31,5 = xy \\ 26x - 22,5 = xy \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad 20x + 31,5 = 26x - 22,5$$

$$\Leftrightarrow \quad -6x = -54 \quad \Leftrightarrow \quad x = 9$$

$$\Rightarrow \quad y = \frac{180 + 31,5}{9} = 23,5$$

$\Rightarrow$ il y a 9 personnes qui paient CHF 23.50

Exercice 5.

x = nombre de grammes à 35%
y = nombre de grammes à 60%

$$\begin{cases} y = x + 20 \\ 0,35x + 0,6y = 0,5(x + y) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad 0,35x + 0,6(x + 20) = 0,5(2x + 20)$$

$$\Leftrightarrow \quad 0,95x + 12 = x + 10$$

$$\Leftrightarrow \quad 2 = 0,05x \quad \Leftrightarrow \quad x = 40$$

$$\Leftrightarrow \quad y = 60$$

$\Rightarrow$ 40 g. à 35% et 60 g. à 60%

x = nombre de grammes à 40%
y = nombre de grammes à 55%

$$\begin{cases} y = x + 30 \\ 0,4x + 0,55y = 0,5(x + y) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad 0,4x + 0,55(x + 30) = 0,5(2x + 30)$$

$$\Leftrightarrow \quad 0,95x + 16,5 = x + 15$$

$$\Leftrightarrow \quad 1,5 = 0,05x \quad \Leftrightarrow \quad x = 30$$

$$\Leftrightarrow \quad y = 60$$

$\Rightarrow$ 30 g. à 40% et 60 g. à 55%

Exercice 6.

$x =$ largeur (en cm) de la maille
$y =$ longueur (en cm) de a maille

$$\begin{cases} 8x + 6y = 116 \\ 12x + 4y = 124 \end{cases}$$

$$\begin{array}{rrr} -2 \cdot ① & -16x - 12y = & -232 \\ 3 \cdot ② & 36x + 12y = & 372 \\ \hline & 20x = & 140 \end{array}$$

$\Leftrightarrow \quad x = 7 \quad \rightarrow \quad ② \quad y = 10$

$\Rightarrow$ les dimensions sont 7 cm sur 10 cm

$x =$ largeur (en cm) de la maille
$y =$ longueur (en cm) de a maille

$$\begin{cases} 10x + 6y = 104 \\ 8x + 4y = 76 \end{cases}$$

$$\begin{array}{rrr} -2 \cdot ① & -20x - 12y = & -208 \\ 3 \cdot ② & 24x + 12y = & 228 \\ \hline & 4x = & 20 \end{array}$$

$\Leftrightarrow \quad x = 5 \quad \rightarrow \quad ② \quad y = 9$

$\Rightarrow$ les dimensions sont 5 cm sur 9 cm