

(5.7)

1/2/3/4

a) $\square \square \square \square$

$$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 256$$

b) $\square \square \square \square$

$$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4! = 24$$

c) $1 \square \square \square$

$$4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$$

$$2 \square \square \square$$

$$1 \cdot 4 \cdot 4 = 16$$

$$64 + 16 = 80$$

(5.8)

$$\square \square \square$$

$$5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$$

Les permutations

Définition : si n est un entier positif non nul, on note $n!$ ("n factorielle") l'entier obtenu en multipliant tous les entiers positifs non nuls inférieurs ou égaux à n :

$$n! = n(n-1)(n-2) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

Remarque : par convention $0! = 1$

Si on classe dans un ordre particulier n éléments distincts, on forme une permutation simple.

Exemple : on aligne devant soi six crayons de couleurs différentes, combien existe-t-il d'alignements différents ?

$$6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6! = P_6 = 720 \text{ alignements}$$

Théorème

Dans une collection de n objets distincts ; le nombre de permutations (sans répétition) de ces objets est donné par

$$P_n = n!$$

Permutations avec répétitions

Exemple : déterminer le nombre d'anagrammes du mot E L E V E.

E L E V E

E L E V E

E L E V E

E L E V E

E L E V E

E L E V E

E L E V E

le mot E L E V E sera présent 6 fois
(comme tous les autres mots)

$$\Rightarrow \frac{P_5}{P_3} = \bar{P}_5(3) = \frac{5!}{3!} = 20 \text{ mots}$$

Théorème

Soit S une collection de n objets dont n_1 sont identiques de type 1, n_2 sont identiques de type 2, ..., n_p identiques de type p ; le nombre de permutations avec répétitions de ces objets est donné par :

$$\bar{P}_n(n_1, n_2, \dots, n_p) = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_p!}$$