

## Théorème des deux gendarmes

Soit  $(a_n)$  et  $(b_n)$  deux suites qui convergent vers la même limite  $l$ . Si une suite  $(u_n)$  est telle que  $a_n \geq u_n \geq b_n$  pour tout  $n$  supérieur ou égal à un entier donné  $n_0$ , alors la suite  $u_n$  converge vers la même limite  $l$ .

**démonstration** : soit  $\epsilon > 0$ , comme  $(a_n)$  et  $(b_n)$  convergent vers  $l$ , il existe un entier  $n_1 \geq n_0$  tel que  $|a_n - l| < \epsilon$  et  $|b_n - l| < \epsilon \quad \forall n \geq n_1$

on a aussi  $a_n \geq u_n \geq b_n \quad \forall n \geq n_1$

$\Rightarrow |u_n - l| \leq \text{Max}(|a_n - l|; |b_n - l|) < \epsilon \quad \forall n \geq n_1$

$\Rightarrow (u_n)$  converge vers  $l$