

Théorème des deux gendarmes

Soit (a_n) et (b_n) deux suites qui convergent vers la même limite l . Si une suite (u_n) est telle que $a_n \geq u_n \geq b_n$ pour tout n supérieur ou égal à un entier donné n_0 , alors la suite u_n converge vers la même limite l .

démonstration : soit $\epsilon > 0$, comme (a_n) et (b_n) convergent vers l , il existe un entier $n_1 \geq n_0$ tel que $|a_n - l| < \epsilon$ et $|b_n - l| < \epsilon \quad \forall n \geq n_1$

on a aussi $a_n \geq u_n \geq b_n \quad \forall n \geq n_1$

$$\Rightarrow |u_n - l| \leq \text{Max}(|a_n - l|; |b_n - l|) < \epsilon \quad \forall n \geq n_1$$

$\Rightarrow (u_n)$ converge vers l