

Puissances, racines, exponentielles et logarithmes

Exercice 1.

$$\text{a) } \frac{b^{\frac{2}{3}} \cdot b^4}{b^3 \cdot b^{\frac{1}{6}}} = b^{(\frac{14}{3} - \frac{19}{6})} = b^{\frac{9}{6}} = \sqrt{b^3} = \boxed{b\sqrt{b}} \quad \text{b) } \sqrt{5 \cdot 5^{\frac{1}{3}}} = 5^{\frac{2}{3}} = \boxed{\sqrt[3]{25}}$$

Exercice 2.

$$\text{a) } -x^2 + 2 > 0 \Leftrightarrow (\sqrt{2} - x)(\sqrt{2} + x) > 0 \Leftrightarrow \boxed{ED(f) =] - \sqrt{2}; \sqrt{2}[}$$

$$\text{b) } -x^2 + 2 = 1 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x + 1) = 0 \Leftrightarrow x \in \{-1; 1\}$$

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	-1	1	$\sqrt{2}$	$+\infty$		
$\log(-x^2 + 2)$			$-$	0	$+$	0	$-$	

Exercice 3.

$$\begin{aligned} a = \log_u(x) \quad \text{et} \quad b = \log_u(y) &\Leftrightarrow u^a = x \quad \text{et} \quad u^b = y \\ \Leftrightarrow xy = u^a \cdot u^b = u^{a+b} &\Leftrightarrow \log_u(xy) = a + b = \log_u(x) + \log_u(y) \end{aligned}$$

Exercice 4.

$$f(t) = m_0 \cdot 0,5^{t/8,05} \quad \text{avec } t = \text{nombre de jours}$$

$$0,05m_0 = m_0 \cdot 0,5^{t/8,05} \Leftrightarrow 0,05 = 0,5^{t/8,05}$$

$$\Leftrightarrow t = 8,05 \cdot \log_{0,5}(0,05) \cong 34,79 \Leftrightarrow \boxed{35 \text{ jours}}$$

Exercice 5.

$$\text{a) Intensité du son d'une trompette : } 94 = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Rightarrow I = 10^{9,4} \cdot I_0$$

$$\text{Intensité sonore de 4 trompettes : } I_4 = 4 \cdot 10^{9,4} \cdot I_0$$

$$\Rightarrow \alpha_4 = 10 \cdot \log(4 \cdot 10^{9,4}) \cong \boxed{100 \text{ dB}}$$

$$\text{b) Intensité du son d'un violon : } 88 = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Rightarrow I = 10^{8,8} \cdot I_0$$

$$\Rightarrow \text{nombre de violons : } n = \frac{4 \cdot 10^{9,4}}{10^{8,8}} \cong \boxed{16 \text{ violons}}$$