

Géométrie analytique du plan

Exercice 1. (9 pts)

a) $(d) : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ avec $k \in \mathbb{R}$

b) $\vec{n} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} \Rightarrow (d) : 3x - 4y + c = 0 \quad A \in d \Rightarrow 15 + 8 + c = 0$
 $\Rightarrow c = -23 \Rightarrow (d) : 3x - 4y - 23 = 0$

c) $(e) : 3x - 4y + c = 0 \quad \delta(A; e) = \frac{|23 + c|}{\sqrt{9 + 16}} = 4 \Rightarrow |23 + c| = 20$

$\Rightarrow 23 + c = \pm 20 \Rightarrow c_1 = -3$ et $c_2 = -43 \Rightarrow (e_1) : 3x - 4y - 3 = 0$
 $(e_2) : 3x - 4y - 43 = 0$

$\Rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -10 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ avec $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$

Exercice 2. (13 pts)

a) M milieu de $BC : M(6; 0) \quad \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 11 - 1 \\ 2 + 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \end{pmatrix}$

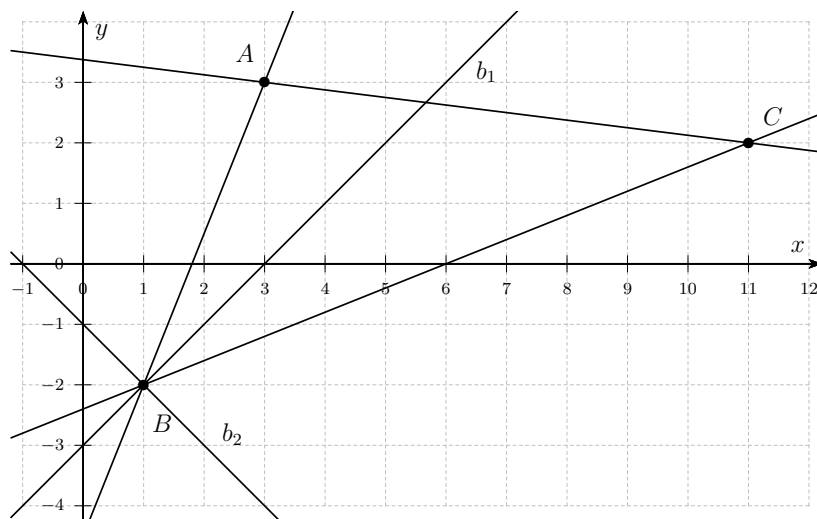
$\Rightarrow (m) : 5x + 2y + c = 0 \quad M \in m \Rightarrow 30 + 0 + c = 0 \Rightarrow c = -30$

$\Rightarrow (m) : 5x + 2y - 30 = 0$

b) $(h) : 5x + 2y + c = 0 \quad A \in h \Rightarrow 15 + 6 + c = 0 \Rightarrow c = -21$

$\Rightarrow (h) : 5x + 2y - 21 = 0$

c)



bissectrice intérieure b_1 : pente positive

$$(BC) : 2x - 5y + c = 0 \quad B \in BC \Rightarrow 2 + 10 + c = 0 \Rightarrow c = -12$$

$$(BC) : 2x - 5y - 12 = 0 \quad \frac{2x - 5y - 12}{\sqrt{4 + 25}} = \pm \frac{5x - 2y - 9}{\sqrt{4 + 25}}$$

$$\Rightarrow 2x - 5y - 12 = \pm(5x - 2y - 9) \Rightarrow \begin{cases} 3x + 3y + 3 = 0 \\ 7x - 7y - 21 = 0 \end{cases} \checkmark$$

$$\Rightarrow \boxed{(b_1) : x - y - 3 = 0}$$

Exercice 3. (7 pts)

$$\text{a) } \delta(B; d) = \frac{|10 + 6 - 11|}{\sqrt{4 + 1}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \boxed{\sqrt{5} \text{ u}}$$

b) B' : projection de B sur d

$$p \perp d : (p) : x - 2y + c = 0 \text{ avec } B \in p \Rightarrow 5 - 12 + c = 0 \Leftrightarrow c = 7$$

$$\Rightarrow (p) : x - 2y + 7 = 0$$

$$p \cap d : y = 11 - 2x \Rightarrow x - 22 + 4x + 7 = 0 \Leftrightarrow 5x = 15 \Leftrightarrow x = 3$$

$$\Rightarrow y = 11 - 6 = 5 \Rightarrow B'(3; 5) \text{ (milieu de } BD) \Rightarrow \boxed{D(1; 4)}$$

$$\text{c) } \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 6 - 2 \\ -1 - 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -8 \end{pmatrix} \Rightarrow \|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{16 + 64} = 4\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \sigma_{ABCD} = 4\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = \boxed{20 \text{ u}^2}$$