

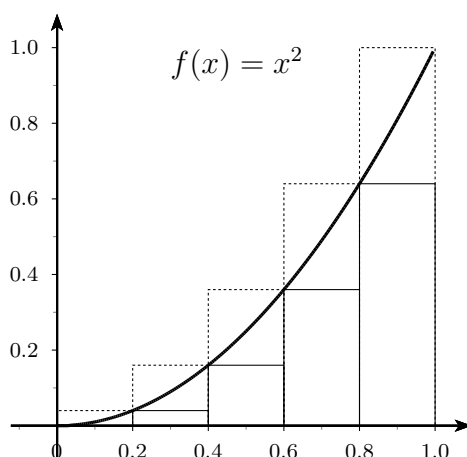
Chapitre 2

Analyse

2.1 Approche géométrique de l'aire sous une courbe

2.1.1 Soit la fonction $f(x) = x^2$ définie sur l'intervalle $[0; 1]$.

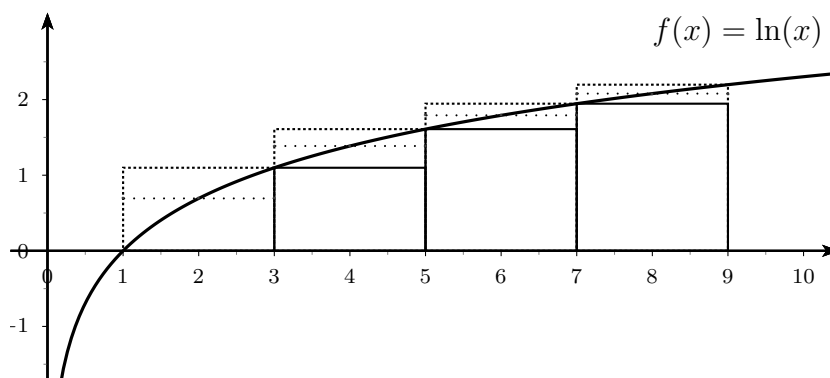
On se propose de calculer l'aire A de la partie du plan comprise entre l'axe des abscisses, la courbe de la fonction représentative de $f(x)$ et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$. Pour cela, subdivisons l'intervalle $[0; 1]$ en 5 intervalles d'égale longueur.



- a) Estimer A à l'aide de la somme u_5 des aires des cinq rectangles situés au-dessous de la courbe (le premier rectangle est d'aire nulle), puis à l'aide de la somme v_5 des aires des cinq rectangles situés au-dessus de la courbe.
- b) Améliorer l'estimation de A en subdivisant l'intervalle $[0; 1]$ en 10 intervalles d'égale longueur.
- c) Calculer u_n et v_n en subdivisant l'intervalle $[0; 1]$ en n intervalles d'égale longueur.
- d) Calculer la valeur exacte de A en utilisant les suites u_n , v_n et le théorème des deux gendarmes.

2.1.2 Considérons la fonction $f(x) = \ln(x)$ sur l'intervalle $[1; 9]$. En subdivisant cet intervalle en quatre sous-intervalles d'égale longueur, trouver la somme intégrale inférieure,

la somme intégrale supérieure et la somme de Riemann lorsqu'on utilise le point milieu de chacun des sous-intervalles.



2.1.3 Considérer la fonction $f(x) = e^x + 1$ sur l'intervalle $[-1; 2]$. En subdivisant cet intervalle en six sous-intervalles d'égale longueur, trouver la somme intégrale inférieure, la somme intégrale supérieure et la somme de Riemann lorsqu'on utilise le point milieu de chacun des sous-intervalles.

2.1.4 En utilisant une somme de Riemann, trouver une approximation de l'aire sous la courbe $y = x^2 + 1$ entre les verticales $x = 0$ et $x = 2$.

2.1.5 En utilisant une somme de Riemann pour laquelle l'intervalle considéré est divisé en quatre sous-intervalles et où l'on considère le point milieu de chacun de ces sous-intervalles, trouver une valeur approximative de

$$\int_1^3 \frac{8}{x} dx$$

2.2 Primitives et intégrales

2.2.1 Pour chacune des questions ci-dessous, montrer que $F(x)$ est une primitive de $f(x)$:

a) $F(x) = \frac{-2}{\sqrt{x^7}}$ et $f(x) = \frac{7}{\sqrt{x^9}}$;

b) $F(x) = \frac{2x^2 - 1}{2 - x^2} + 7$ et $f(x) = \frac{6x}{(2 - x^2)^2}$;

c) $F(x) = \frac{2x}{\sqrt{x+1}} - 11$ et $f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{(x+1)^3}}$;

d) $F(x) = \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} + c$, avec $c \in \mathbb{R}$ et $f(x) = \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{2\sqrt{1-x^2}}$.

2.2.2 Vérifier les égalités suivantes :

- a) $\int \left(-\frac{1}{2x^2} + \frac{x}{2} \right) dx = \frac{1}{2x} + \frac{x^2}{4} + c$, avec $c \in \mathbb{R}$;
- b) $\int \left(4x^2 - \frac{7}{3} - \frac{14}{3x^3} \right) dx = \frac{4x^5 - 7x^3 + 7}{3x^2} + c$, avec $c \in \mathbb{R}$;
- c) $\int \frac{1}{(x+1)\sqrt{x^2-1}} dx = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} + c$, avec $c \in \mathbb{R}$;
- d) $\int \frac{2x+7}{\sqrt[3]{(x^2+7x+2)^4}} dx = \frac{-3}{\sqrt[3]{x^2+7x+2}} + c$, avec $c \in \mathbb{R}$.

2.2.3 Calculer :

- | | |
|------------------------------|----------------------------------|
| a) $\int 3 dx$ | f) $\int 5x^3 dx$ |
| b) $\int 5x dx$ | g) $\int (-3x^4) dx$ |
| c) $\int (2x+1) dx$ | h) $\int (3x^5 + 2x^4 - 1) dx$ |
| d) $\int (5x-4) dx$ | i) $\int (\cos(x) + \sin(x)) dx$ |
| e) $\int (2x^2 - 3x + 2) dx$ | j) $\int (1 + \tan^2(x)) dx$ |

2.2.4 Calculer :

- | | |
|----------------------------|---|
| a) $\int \frac{dx}{x^2}$ | e) $\int \sqrt[3]{x} dx$ |
| b) $\int \frac{2dx}{x^3}$ | f) $\int \frac{dx}{\sqrt{x}}$ |
| c) $\int \frac{-7dx}{x^5}$ | g) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}}$ |
| d) $\int \sqrt{x} dx$ | h) $\int \left(\frac{3}{x^4} - \sqrt[4]{x^3} \right) dx$ |

2.2.5 Calculer :

a) $\int \cos(3x) dx$

g) $\int (4x^2 + 3)^4 x dx$

b) $\int \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) dx$

h) $\int \sin^2(x) \cos(x) dx$

c) $\int (x + 3)^3 dx$

i) $\int \frac{\tan^2(x)}{\cos^2(x)} dx$

d) $\int (2x - 1)^2 dx$

j) $\int \sqrt{x + 3} dx$

e) $\int (7x - 2)^5 dx$

k) $\int \frac{dx}{\sqrt{3x + 1}}$

f) $\int (3x^2 + x)^3 (6x + 1) dx$

l) $\int \frac{x + 1}{\sqrt{x^2 + 2x}} dx$

2.2.6 Calculer :

a) $\int \cos^2(x) dx$

c) $\int \cos^3(x) dx$

b) $\int \sin^2(x) dx$

d) $\int \sin^4(x) dx$

2.2.7 Calculer :

a) $\int \sin^2(x) \cos^2(x) dx$

c) $\int \sin(5x) \cos(3x) dx$

b) $\int \sqrt{\sin(x)} \cos^3(x) dx$

d) $\int \frac{\cos(x)}{2 - \sin(x)} dx$

2.2.8 Calculer :

a) $\int (3x^2 - 2x + 3) dx$

d) $\int (\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}) dx$

b) $\int \frac{3x^4 - 3x^2 - 7}{4x^2} dx$

e) $\int (2 \sin(x) - 3 \cos(x)) dx$

c) $\int 7\sqrt[4]{x^3} dx$

f) $\int \cos(2x) dx$

g) $\int \left(\frac{5}{\cos^2(x)} + 5 \cos(x) \right) dx$

l) $\int \frac{12}{(4-3x)^4} dx$

h) $\int \left(8 \sin(x) + \frac{4}{\sqrt{2x}} \right) dx$

m) $\int \sqrt[3]{(3x-8)^2} dx$

i) $\int (3x^2 - 7)^2 dx$

n) $\int \frac{6}{\cos^2(3x)} dx$

j) $\int \sqrt{x}(x^2 - 5) dx$

o) $\int x\sqrt{x^2 + 1} dx$

k) $\int (3x - 5)^6 dx$

p) $\int \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-x-1}} dx$

2.2.9 Trouver l'expression mathématique de la fonction f , sachant que :

a) $f'(x) = 3x^2 - 4$, $f(5) = 54$;

b) $f''(x) = (x+1)(x-2)$, $f(1) = 8$, $f'(0) = 37/6$;

c) $f''(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$, $f'(9) = 2$, $f(1) = 2f(4)$.

2.2.10 Déterminer la primitive F de chaque fonction f ci-dessous, en tenant compte des conditions imposées.

a) $f(x) = 3x^2 - 6x$ et le terme constant de F est égal à 7;

b) $f(x) = \frac{18}{x^2} + \sqrt{x}$ et le graphe de F passe par le point $(9; 16)$;

c) $f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x < 2 \\ 2 & \text{si } 2 \leq x \leq 4, \\ 6-x & \text{si } x > 4 \end{cases}$, avec $F(0) = 1$.

2.2.11 Déterminer la fonction f sachant qu'elle admet pour asymptote la droite

$$x - 2y + 8 = 0$$

et que

$$f''(x) = -\frac{8}{x^3}$$

2.2.12 Calculer :

a) $\int_1^4 (x^2 - 2x + 3) dx$

e) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 + \tan^2(x)) dx$

b) $\int_{-1}^1 (2x^3 + 3x^2 + 2x - 1) dx$

f) $\int_0^2 (1 + 2x)^3 dx$

c) $\int_{-1}^1 \sqrt[3]{x+1} dx$

g) $\int_1^4 \frac{dx}{\sqrt{x}}$

d) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} \sin(x) dx$

h) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2(x) \cos(x) dx$

2.2.13 Sachant que $\int_0^1 f(x) dx = 3$, $\int_1^2 f(x) dx = 4$ et $\int_2^3 f(x) dx = -8$, calculer :

a) $\int_0^2 f(x) dx$

c) $\int_0^3 8f(x) dx$

b) $\int_0^1 3f(x) dx$

d) $\int_3^1 2f(x) dx$

2.2.14 Montrer que pour une fonction f continue sur $[-a; a]$, on a :

a) $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$ lorsque f est paire ;

b) $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$ lorsque f est impaire.

2.2.15 Déterminer les réels k pour lesquels on a :

a) $\int_{-1}^2 kx^2 dx = \frac{2}{3}$

c) $\int_0^{k/2} \cos(t) dt = \frac{1}{2}$

b) $\int_4^k (x^2 - 3x + 7) dx = \frac{129}{2}$

d) $\int_k^0 \frac{2}{(x+1)^3} dx = - \int_0^k \frac{3}{(x+3)^2} dx$

2.2.16 Déterminer la nature des extremums des fonctions suivantes :

a) $f : x \mapsto \int_0^x (t^3 - t) dt$

b) $f : x \mapsto \int_0^x \sqrt{t+1} dt$

2.2.17 Calculer les intégrales suivantes à l'aide du changement de variable indiqué :

a) $\int_{-2}^0 x\sqrt{x+2} dx, \quad x = t^2 - 2$

b) $\int_0^3 \sqrt{9-x^2} dx, \quad x = 3 \sin(t)$

c) $\int_2^4 \frac{1}{x\sqrt{x-1}} dx, \quad x = u^2 + 1$

d) $\int_a^{2a} x^3 \sqrt{x^2 - a^2} dx, \quad \text{avec } a > 0, \quad x = \sqrt{a^2 + t^2}$

2.2.18 Calculer les intégrales suivantes en effectuant une intégration par parties :

a) $\int_0^\pi x \sin(x) dx$

c) $\int_0^{\pi/4} \cos^2(x) dx$

b) $\int_0^{\pi/2} \sin(x) \cos(x) dx$

d) $\int_0^3 x\sqrt{1+x} dx$

2.2.19 Calculer les intégrales définies suivantes.

a) $\int_1^2 \frac{x}{x+6} dx$

e) $\int_0^3 \sqrt{9-x^2} dx$

b) $\int_0^4 \sqrt{x}(x+2) dx$

f) $\int_2^3 \frac{5x-2}{x^2-x} dx$

c) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^5(x) \cos(x) dx$

g) $\int_{-1}^0 \frac{dx}{x^2+2x+2}$

d) $\int_2^{\sqrt{20}} 3x\sqrt{x^2+5} dx$

h) $\int_0^4 x\sqrt{4-x} dx \quad (\text{ind : par parties})$

2.2.20 Calculer les intégrales suivantes en utilisant des formules trigonométriques.

a) $\int \sin^3(x) \cos^2(x) dx$

c) $\int \sin^2(3x) \cos^2(3x) dx$

b) $\int \sqrt{\sin(x)} \cos^5(x) dx$

d) $\int \sin(x+1) \cos(x-1) dx$

e) $\int \sin(3x) \sin(4x) dx$

f) $\int \sin^2(x) \cos(3x) dx$

2.2.21 Calculer

$$\int_1^3 \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$$

de trois manières différentes :

a) en effectuant le changement de variable $x = u - 1$;b) en effectuant le changement de variable $x = t^2 - 1$;

c) en effectuant une intégration par parties.

2.2.22 Calculer, si possible, les intégrales généralisées ci-dessous :

a) $\int_1^{+\infty} \frac{2}{x^2} dx$

e) $\int_0^2 \frac{2}{x^2} dx$

b) $\int_{-\infty}^{-2} \frac{1}{(x+1)^3} dx$

f) $\int_0^4 t^{-3/2} dt$

c) $\int_3^{+\infty} \frac{5+y}{y^3} dy$

g) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{3}{z^2+1} dz$

d) $\int_0^{+\infty} \frac{x^2+1}{x^2} dx$

h) $\int_0^{\pi^2} \frac{\sin(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$

2.2.23 Calculer :

a) $\int_1^3 \frac{E(x)}{x^2} dx$

b) $\int_0^4 E\left(\frac{x^2}{x+2}\right) dx$

2.2.24 Calculer l'aire du domaine limité par la courbe d'équation $y = f(x)$, l'axe Ox et les droites $x = a$, et $x = b$:

a) $f(x) = 9 - x^2$, $a = -4$, $b = 4$;

b) $f(x) = \frac{4}{x^2} - 1$, $a = 1$, $b = 4$;

c) $f(x) = \cos(3x)$, $a = 0$, $b = \frac{\pi}{2}$;

d) $f(x) = \sqrt{2x-4}$, $a = 2$, $b = 10$.

2.2.25 Calculer l'aire du domaine borné limité par la courbe d'équation $y = f(x)$ et l'axe Ox :

a) $f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$

b) $f(x) = x\sqrt{4 - x^2}$

c) $f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & \text{si } x < -1 \\ -x & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$

d) $f(x) = -x^2 + 6|x| + 7$

2.2.26 Déterminer la valeur du nombre réel positif c pour que l'aire du domaine plan limité par l'axe Ox et la parabole d'équation $y = c(x^2 - 1)$ soit égale à 5.

2.2.27 Calculer l'aire du domaine borné limité par les graphes des fonctions f et g :

a) $f(x) = x^2 - 3, \quad g(x) = 2x$

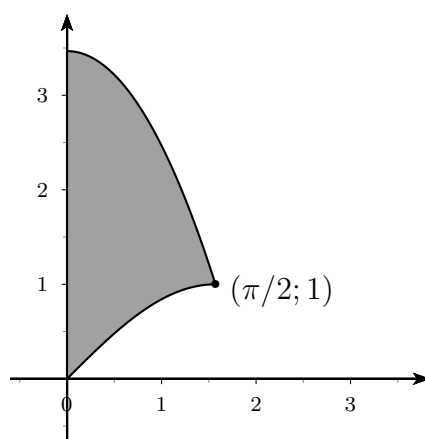
b) $f(x) = x^2, \quad g(x) = 8 - x^2$

c) $f(x) = x^3 - 5x^2 + 6x, \quad g(x) = x^3 - 7x^2 + 12x$

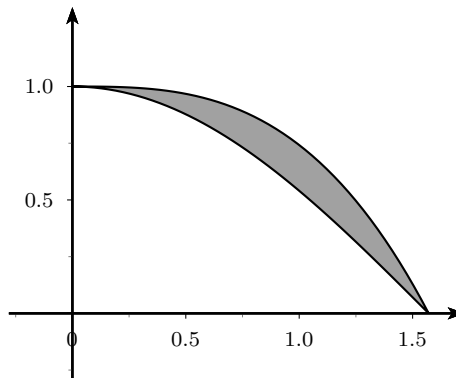
d) $f(x) = x(6 - 2x^2), \quad g(x) = x(2 - x^2)$

2.2.28 Calculer d'abord la valeur du paramètre a , puis l'aire du domaine grisé.

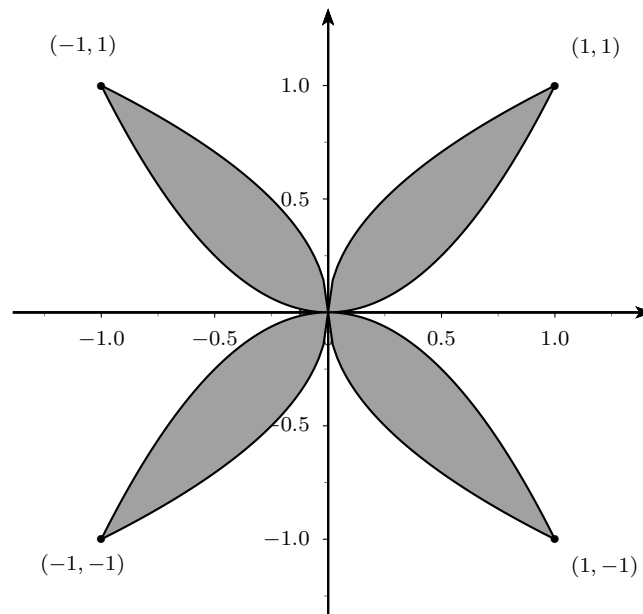
a) $y = \sin(x), \quad y = -x^2 + a$



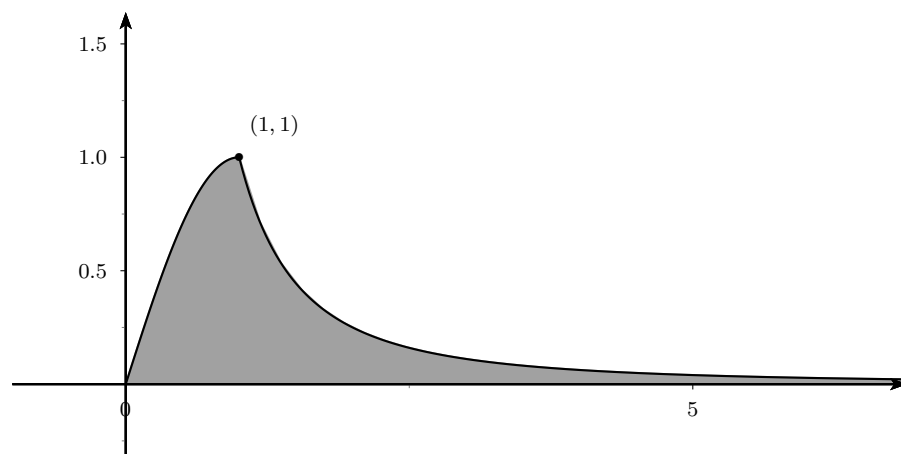
b) $y = \cos(x)$, $y = ax^3 + 1$



c) $y^2 = ax^4$, $x^2 = y^4$



d) $y = \sin(ax)$, $y = \frac{1}{x^2}$



2.2.29 Calculer l'aire du domaine borné limité par les courbes données par les équations

$$y = x^2, \quad y = -1, \quad x = 2 \quad \text{et} \quad x = 5$$

2.2.30 Calculer l'aire du domaine borné limité par les courbes données par les équations

$$y^2 = 4 - x \quad \text{et} \quad y^2 = 4 + x$$

2.2.31 Calculer le réel $m > 0$ de façon que l'aire limitée par les courbes $y = \frac{1}{4}x^2$ et $y = mx$ soit égale à 9.

2.2.32 Le domaine délimité par la courbe d'équation $y = f(x)$ et l'axe Ox tourne autour de cet axe. Calculer son volume, sachant que :

a) $f(x) = x^2 + 2x$

b) $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$

2.2.33 Calculer l'aire du domaine borné limité par la courbe d'équation $x = y^2 - 2$ et la droite $y = x$,

a) en prenant x comme variable d'intégration ;

b) en prenant y comme variable d'intégration.

2.2.34 Le domaine délimité par la courbe d'équation $y = f(x)$, l'axe Ox et les droites $x = a$ et $x = b$ tourne autour de l'axe Ox . Esquisser le corps ainsi obtenu et calculer son volume :

a) $f(x) = x + 1, \quad a = 1, b = 3$

c) $f(x) = \frac{1}{x+1}, \quad a = 1, b = 2$

b) $f(x) = x^2, \quad a = 0, b = 4$

d) $f(x) = \cos(x), \quad a = -\frac{\pi}{2}, b = \frac{\pi}{2}$

2.2.35 Le domaine borné délimité par la courbe d'équation

$$y = k(1 - kx)\sqrt{x}$$

pour $k > 0$ et l'axe Ox tourne autour de cet axe. Montrer que le volume du corps ainsi obtenu est indépendant de la valeur du paramètre k .

2.2.36 Le domaine délimité par les courbes d'équations $y = f(x)$, $y = g(x)$ et l'axe Ox tourne autour de cet axe. Calculer son volume :

a) $f(x) = \sqrt{x}$ et $g(x) = x^2$

b) $f(x) = x^2 - 2x + 6$ et $g(x) = -x^2 + 10$

2.2.37 La base d'un solide est le disque du plan Oxy centré à l'origine et de rayon 1. Chaque section du solide par un plan perpendiculaire à l'axe Ox est un disque. Après avoir montré que l'aire de la section située à l'abscisse x vaut $A(x) = \pi(1 - x^2)$, en déduire par calcul le volume de ce solide.

2.2.38 Les axes de coordonnées et la parabole $y = -x^2 + 2x + 3$ délimitent un domaine contenu dans le premier quadrant. Déterminer l'équation de la droite verticale (valeur approchée) qui partage ce domaine en deux parties de même aire.

2.2.39 On considère le domaine plan limité par les courbes d'équations $y = x^2 + 2$ et $y = 3x$. Poser le calcul permettant de déterminer le volume du solide engendré par la révolution de ce domaine autour de :

a) l'axe Ox ;

d) la droite $x = 2$;

b) l'axe Oy ;

e) la droite $y = 3$;

c) la droite $x = 1$;

f) la droite $y = 6$.

2.2.40 La base d'un solide est délimitée par les courbes d'équations

$$x = y^2 \quad \text{et} \quad x = 9$$

Calculer le volume de ce solide, sachant que chaque section de celui-ci par un plan perpendiculaire à l'axe Ox est :

a) un carré ;

b) un demi-cercle ;

c) un triangle équilatéral ;

d) un trapèze dont la base supérieure mesure la moitié de la base inférieure et dont la hauteur mesure le quart de la base inférieure.

2.2.41 Calculer l'aire du domaine compris entre les droites $x = 1$ et $x = 2$, l'asymptote oblique et le graphique de la fonction $f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2}$.

2.3 Exponentielles et logarithmes

2.3.1 Déterminer l'ensemble de définition et la dérivée des fonctions suivantes :

a) $f(x) = e^{5x}$

e) $f(x) = \exp\left(\sqrt{\frac{1+x^2}{1-x^2}}\right)$

b) $f(x) = e^{x^2}$

f) $f(x) = e^{\sin(x)}$

c) $f(x) = e^{1/x}$

g) $f(x) = x^2 e^x$

d) $f(x) = e^{\sqrt{x^2+x}}$

h) $f(x) = e^{-x} \cos(x)$

2.3.2 Calculer la dérivée d'ordre n de $f(x) = x e^x$.

2.3.3 Déterminer les primitives des fonctions suivantes :

a) $f(x) = 2e^x$

c) $f(x) = 2 - e^x$

b) $f(x) = e^{2x}$

d) $f(x) = e^{2-x}$

2.3.4 Calculer les intégrales suivantes :

a) $\int_1^2 e^x dx$

d) $\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{x} e^{\sqrt{x}}} dx$

b) $\int_1^2 e^{3x-7} dx$

e) $\int_0^1 x e^x dx$

c) $\int_0^2 x e^{x^2} dx$

f) $\int_1^{\ln(2)} x^2 e^x dx$

2.3.5 Calculer les limites suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^x - e^2}{x - 2}$

e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x + e^{-x}}{2x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin(x)}$

f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2e^x - 1}{e^x + 2}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x e^x}{1 - e^x}$

g) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 + x) e^x$

d) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ >}} x e^{1/x}$

h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2 - 2x + 3}$

2.3.6 Déterminer l'ensemble de définition et la dérivée des fonctions suivantes :

a) $f(x) = \ln(5x)$

h) $f(x) = \ln\left(\frac{x^2}{1-x}\right)$

b) $f(x) = \ln(x-1)$

i) $f(x) = \ln(\sqrt{3-x^2})$

c) $f(x) = \ln(1-x)$

j) $f(x) = \ln(3x^5)$

d) $f(x) = \ln(|1-x|)$

k) $f(x) = x \ln(x) - x$

e) $f(x) = \ln(x^2 - x)$

l) $f(x) = \ln(|\cos(x)|)$

f) $f(x) = \ln(x - x^2)$

m) $f(x) = \frac{x}{\ln(x)}$

g) $f(x) = \ln(|x^2 - x|)$

n) $f(x) = \frac{1}{x \ln(x)}$

2.3.7 Calculer les zéros et les extremums de $f(x) = \sqrt{\ln(x)} - \ln(\sqrt{x})$.

2.3.8 Déterminer les primitives des fonctions suivantes :

a) $f(x) = \frac{1}{x+1}$

d) $f(x) = x^2 + x + 1 + \frac{3}{5x-1}$

b) $f(x) = \frac{1}{3x+2}$

e) $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 2}{x-1}$

c) $f(x) = \frac{x-1}{x^2 - 2x + 4}$

f) $f(x) = \tan(x)$

2.3.9 Lorsqu'elles sont définies, calculer les intégrales suivantes :

a) $\int_2^5 \frac{dx}{x}$

d) $\int_1^4 \frac{dx}{2x+3}$

b) $\int_{-1}^{-3} \frac{dx}{x}$

e) $\int_2^6 \frac{8x^3 + 19x^2 + 15x + 4}{x^2 + 2x + 1} dx$

c) $\int_{-1}^4 \frac{dx}{x}$

f) $\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{\sin(x)}{1 - \cos(x)} dx$

2.3.10 Calculer :

a) $\int \frac{4x-1}{x^2-2x-8} dx$

d) $\int \frac{dx}{x^4-1}$

b) $\int \frac{1}{(x^2-1)^2} dx$

e) $\int \frac{x}{(x^2+1)(x^2-4)} dx$

c) $\int \frac{dx}{x^4-3x^3}$

f) $\int \frac{1}{x(x^2+1)^2} dx$

2.3.11 Calculer :

a) $\int \frac{dx}{(x+1)^2+4}$

e) $\int \frac{dx}{x^2+4x+29}$

b) $\int \frac{dx}{x^2-4x+8}$

f) $\int \frac{x^2-4x+6}{x^2-4x+5} dx$

c) $\int \frac{dx}{\sqrt{4x-x^2}}$

g) $\int \frac{2x+3}{\sqrt{9-8x-x^2}} dx$

d) $\int \frac{dx}{2x^2-3x+9}$

h) $\int \frac{e^x}{e^{2x}+3e^x+2} dx$

2.3.12 Calculer les intégrales indéfinies :

a) $\int \frac{dx}{x^2+2x+5}$

e) $\int \frac{6x-7}{3x^2-7x+11} dx$

i) $\int \frac{dx}{x^3+1}$

b) $\int \frac{dx}{x^2-6x+5}$

f) $\int \frac{3x-1}{x^2-x+1} dx$

j) $\int \frac{3x-7}{x^3+x^2+4x+4} dx$

c) $\int \frac{dx}{2x^2-2x+1}$

g) $\int \frac{7x+1}{6x^2+x-1} dx$

k) $\int \frac{x^5}{x^3-1} dx$

d) $\int \frac{dx}{3x^2-2x+2}$

h) $\int \frac{x^3-6}{x^4+6x^2+8} dx$

l) $\int \frac{4x^2-8x}{(x-1)^2(x^2+1)^2} dx$